

トポロジー最適化を基にした形状の寸法最適化手法の検討

中井 太地*¹ 内野 正和*¹

Study on Size Optimization Problem Using Topology Optimization as Initial Shape

Daichi Nakai and Masakazu Uchino

省エネルギー化や低コスト化の観点から、軽量で高強度な構造は製品の重要な要素の一つである。そのため、様々な設計最適化技術が開発されている。本研究ではトポロジー最適化で得られる形状を基に寸法定義した形状について、寸法最適化する方法について検討した。寸法最適化の方法として、応答曲面法と勾配法を比較した。一般的に勾配法は局所最適解に陥りやすいという欠点があるが、ケーススタディでは応答曲面最適化と勾配法で最終的に得られる形状に大きな差はなかった。ただし勾配法のほうが少ない解析数で最適解へ収束したため、トポロジー最適化で得られる形状を基にした寸法最適化の場合は、勾配法が有力な方法であることが示唆された。

1 はじめに

省エネルギー化や低コスト化の観点から、軽量で高強度な構造は製品の重要な要素の一つである。そのため、様々な設計最適化技術が開発されている。

代表的な構造最適化技術として、トポロジー最適化と寸法最適化がある。前者のトポロジー最適化は、設計空間上で効率的な材料配置を提案する手法である。

トポロジー最適化は設計自由度が高いため改善の期待値が高い¹⁾。一方で、その自由度ゆえにしばしば複雑かつ製造困難な形状が提案される。また提案形状が製造可能であっても自由曲面を持っていることから、製造するために図面化するには、CAD (Computer Aided Design) ソフトを用いて人の手による修正を必要とする。後者の寸法最適化はCAD上で定義した寸法を設計変数として最適化する方法である¹⁾。設計自由度が低いため、改善効果は低い一方で、最適化後の形状が予測可能という利点がある。

上記のとおり、トポロジー最適化と寸法最適化には一長一短がある。そこで、本研究ではトポロジー最適化と寸法最適化を組み合わせた最適化について検討した。具体的には、まずトポロジー最適化を実施して得た形状にCADで変更し、寸法を定義した。次に、定義した寸法を設計変数として寸法最適化を試みた。

寸法最適化の方法には、応答曲面法や勾配法がある。前者の応答曲面法は、少数の解析結果から解析結果を予測する近似関数を作成し、この近似関数から最適形

状を得る方法である^{1), 2)}。一方、勾配法は、寸法をごくわずかに変化させた解析を行い、解析結果を比較して勾配を算出し、勾配から寸法を更新していく方法である。そこで、本研究では応答曲面法と勾配法の1種である混合整数逐次二次計画法(MISQP)³⁾による寸法最適化を行い、その比較も行った。

2 研究方法

本研究ではケーススタディを設定して、Ansys Mechanical 2022R2を用いた静的構造解析、トポロジー最適化、寸法最適化を行った。

2-1 トポロジー最適化とその形状修正

板厚1 mm、ヤング率200 GPa、ポアソン比0.33、比重7.85の条件で2次元静的構造解析を行った。図1にトポロジー最適化の条件を示す。制約条件は初期質量の35%で、コンプライアンス最小化を目的として密度法によるトポロジー最適化を行った。

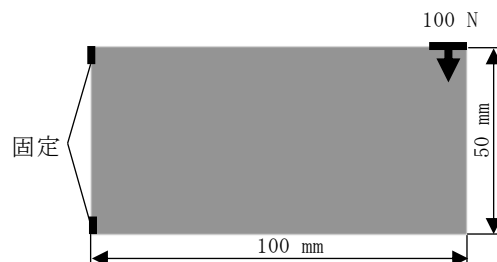


図1 トポロジー最適化条件

*1 機械電子研究所

図2, 3にトポロジー最適化の結果として得られた形状とそれにCADで修正を加えた形状をそれぞれ示す。本研究では設計寸法として17種の寸法を定義した。なお図1に示した100 × 50 mmの寸法は図3においても固定の値とした。

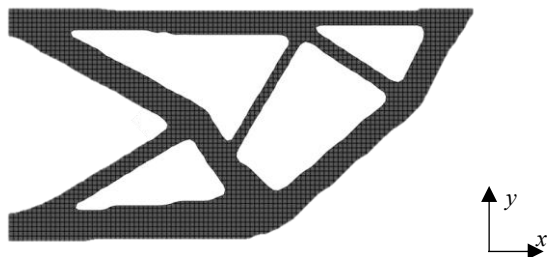


図2 トポロジー最適化結果

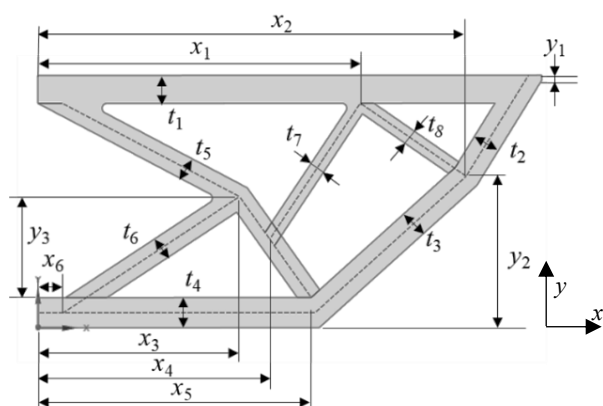


図3 CADによって修正を加えた
トポロジー最適化形状(初期値)

2-2 寸法最適化条件

図3に定義した形状について、質量を制約条件として、変位を最小化する寸法最適化を行った。式(1)に設定した寸法最適化条件を示す。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } |y_m(\mathbf{x})| \\ & \text{Subject to } m(\mathbf{x}) \leq m_t \\ & \mathbf{x} = [x_1 \dots x_6 \ y_1 \dots y_3 \ t_1 \dots t_8]^t \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 y_m は100 Nの荷重が加わった面におけるy方向の変位の平均値、 m は質量、 m_t は図1に示すトポロジー最適化で得られた形状の質量(14.03 g)である。表1に設計寸法の定義範囲を示す。今回、Case1~3の3種類の条件について寸法最適化を行った。Case1では寸法 $x_1 \sim x_6$ の6種類のみを最適化し、その他の寸法は初期値で固定した。また、Case2では $x_1 \sim x_6$ および $y_1 \sim y_3$ の9種類、Case3では17種類の寸法を対象に最適化を行った。

表1 設計寸法の定義範囲と最適化する寸法

寸法	初期値 (mm)	範囲 (mm)	Case 1	Case 2	Case 3
x_1	64	[60, 68]	✓	✓	✓
x_2	85	[83, 88]	✓	✓	✓
x_3	40	[37, 43]	✓	✓	✓
x_4	46	[44, 48]	✓	✓	✓
x_5	55	[52, 58]	✓	✓	✓
x_6	5	[2, 8]	✓	✓	✓
y_1	1	[0.5, 3.5]		✓	✓
y_2	29	[27, 30.5]		✓	✓
y_3	20	[16, 24]		✓	✓
t_1	5.5	[4, 7]			✓
t_2	5.5	[4, 7]			✓
t_3	5.5	[4, 7]			✓
t_4	5.5	[4, 7]			✓
t_5	4.5	[4, 5]			✓
t_6	4.5	[4, 5]			✓
t_7	3	[2, 4]			✓
t_8	3	[2, 4]			✓

(✓: 最適化する寸法)

2-3 応答曲面最適化

本研究では応答曲面最適化を以下のような手順で行った。

- Step1 実験計画法(最適空間充填設計)による解析寸法の決定(20, 50, 100, 200パターン)
- Step2 Step1で決定した解析寸法で構造解析
- Step3 構造解析結果から近似関数 $\hat{y}_m(\mathbf{x})$, $\hat{m}(\mathbf{x})$ を作成(応答曲面)
- Step4 近似関数 $\hat{y}_m(\mathbf{x})$, $\hat{m}(\mathbf{x})$ と多目的遺伝的アルゴリズムを用いた最適解の取得
- Step5 取得した最適寸法での構造解析

Step3の近似関数作成方法として、本研究ではKriging, ニューラルネットワーク(3層, 隠れ層のセル数6), 遺伝的集合(Genetic Aggregation)の3種類を採用した。なお、遺伝的集合は複数の手法(完全2次多項式, 非パラメトリック回帰, Kriging, 移動最小2乗法)から応答曲面を自動生成する方法である⁴⁾。

2-4 勾配法による最適化

本研究では、混合整数逐次二次計画法(MISQP)を用いて、表1で示した初期値から最適化を開始した。MISQPでは構造解析, 解析結果からの勾配算出, 寸法の更新を繰り返す。そして勾配が十分に小さくなると収束したと判定され、最適寸法が得られる。今回は収束基準を許容収束率0.1 %に設定した。

3 結果と考察

図4, 5に最適化によって得られた形状の m と $|y_m|$ をそれぞれ示す。図4, 5の横軸は構造解析の回数である。3種類の応答曲面最適化, 勾配法の1種であるMISQPとともに, 最適化時間の大部分が構造解析に費やされるため, 構造解析の回数は最適化時間にほぼ比例する。

MISQPでは, 表1で示す初期値から寸法を更新している。初期寸法の m は13.86 gであり, 剛性を高くするため, 制約条件である14.03 gを上限として m が増加している(図4)。また $|y_m|$ の最小化を目標としているため, $|y_m|$ が小さくなる方向に寸法は変化している(図5)。なお m や $|y_m|$ が大きく変化しているところで寸法更新されており, 寸法更新の間に勾配を計算するのに必要となる解析が実施されている。解析数が少ない段階の寸法更新では, $|y_m|$ の大幅な低下が確認できるが, 寸法更新回数が多くなるにつれて $|y_m|$ の低下量は少なくなっている。また, Case 1, 2, 3では, それぞれ55, 86, 189解析終了後に収束基準に達したため, それ以降のMISQPの解析は行われていない。

最適化寸法数が最も少ないCase 1の場合, 応答曲面最適化, MISQPともに50解析で十分に最適化されてい

ることが分かる。図4の質量は50解析で制約条件である14.03 gに近い値を示しており, 図5の $|y_m|$ についても, 50, 100, 200解析の間で明確な差は確認できない。

最適化寸法数が9個のCase 2の場合, Case 1と比較して, $|y_m|$ が収束するまでの解析数が増加している。図5に示すように, 50解析の時点でMISQPの $|y_m|$ が0.388 mmであるのに対して, 応答曲面最適化は最も $|y_m|$ が小さい遺伝的集合であっても0.392 mmであり, MISQPのほうが少ない解析回数で最適解に収束している。

最適化寸法数が最も多いCase 3の場合, 図5に示すように, 3種類の応答曲面最適化で得られた寸法はMISQPと比較して大きな $|y_m|$ の値を示している。200解析した場合であっても, 応答曲面最適化はMISQPの収束時の $|y_m|$ よりも明確に大きな値を示し, 応答曲面最適化で最適化するには解析数が不足していることが示唆される。また20解析で遺伝的集合はMISQPよりも小さな $|y_m|$ を示しているが, 図4に示すように20解析の遺伝的集合の m は, 制約条件である14.03 gを大幅に超過している。

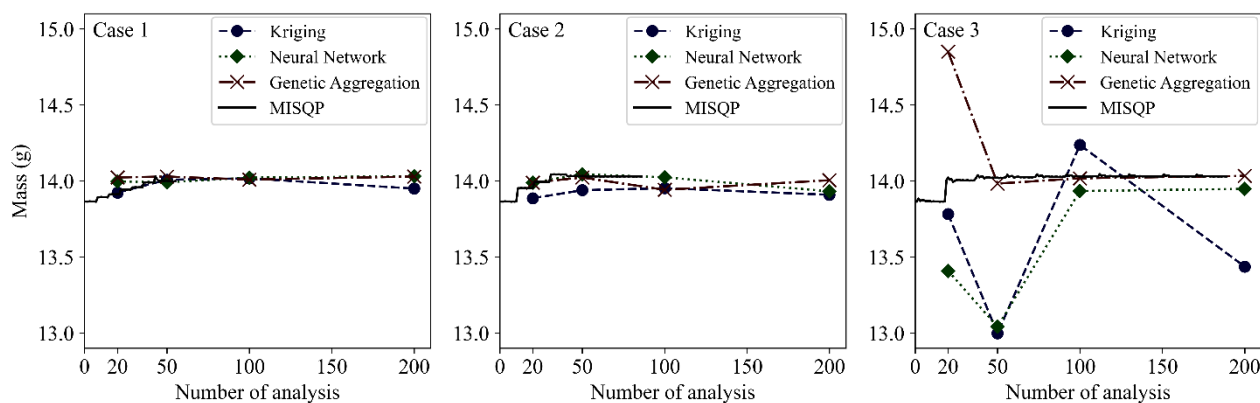


図4 最適化で得られた形状の質量 m と解析数の関係

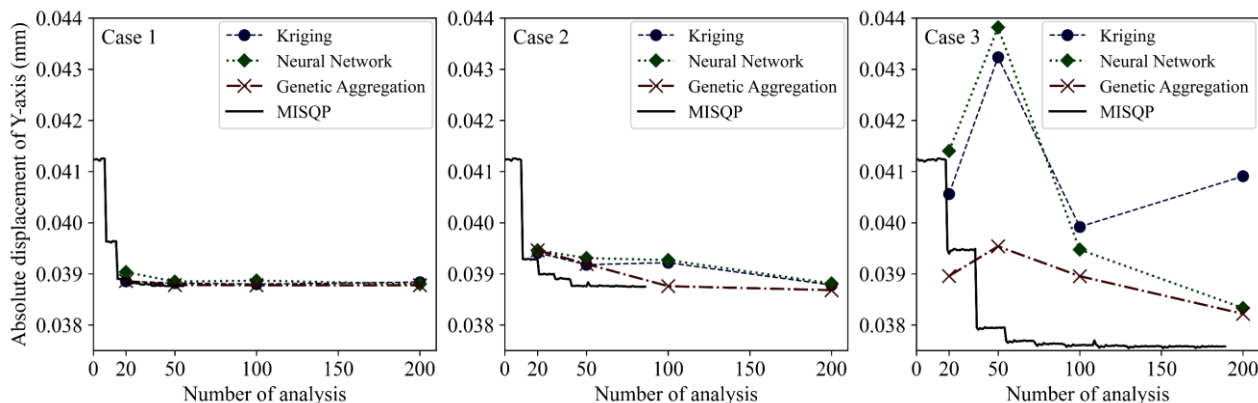


図5 最適化で得られた形状の変位 $|y_m|$ と解析数の関係

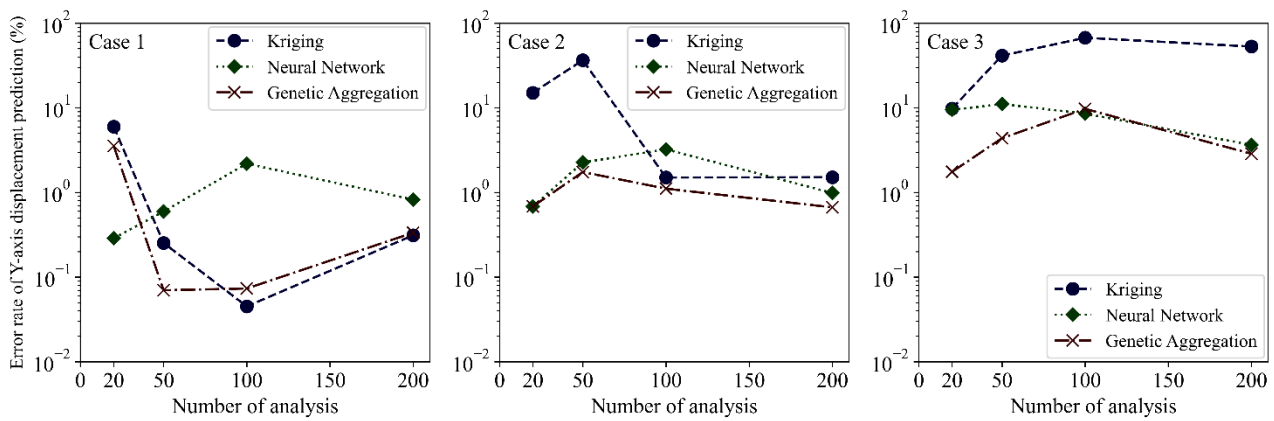


図6 応答曲面最適化の $\tilde{y}_m(x)$ の誤差率

図6に応答曲面最適化で得られた寸法における予測変位 $\tilde{y}_m(x)$ と解析変位 $y_m(x)$ との誤差率を示す。この誤差率は $100 \cdot |(y_m(x) - \tilde{y}_m(x)) / y_m(x)|$ により計算した。最適化寸法数が多くなるにつれて、誤差も大きくなっている。 $|y_m|$ がMISQPの収束値とほぼ同じ値を示したCase 1の50解析以上の場合やCase 2の遺伝的集合による100解析以上の場合では、例外もあるが概ね1%以下の解析誤差である。このように、応答曲面最適化で $\tilde{y}_m(x)$ 、 $\tilde{m}(x)$ の予測誤差が大きいと最適寸法が得られないと考えられる。

図7に静的構造解析を行った結果を示す。トポロジー最適化したものが最も $|y_m|$ の値が小さく、CADで修正した形状(初期値)は $|y_m|$ の値が大きくなっており、トポロジー最適化よりも低強度な形状である。そしてMISQPで最適化した形状はトポロジー最適化に近い $|y_m|$ である。また、応答曲面最適化の中で最も $|y_m|$ が小さい遺伝的集合であっても(図5)、MISQPと比較すると $|y_m|$ の値は大きく、低強度であることが分かる。

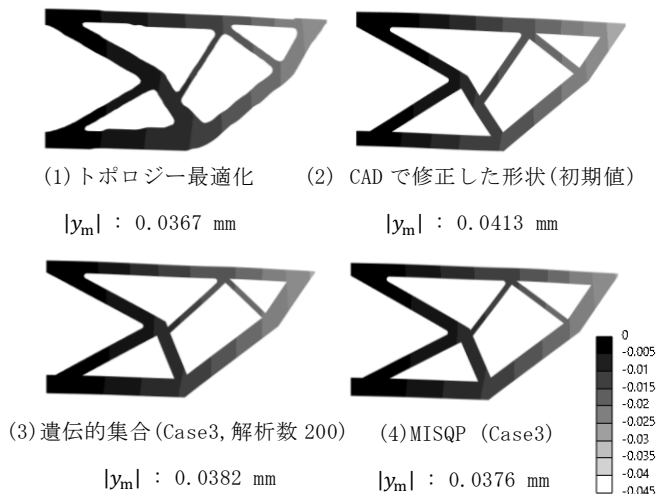


図7 静的構造解析結果(y方向変位(mm))

Case 1, 2の結果では、MISQPと応答曲面最適化がほぼ同じ $|y_m|$ に収束した。ところで、勾配法は初期値によって大域最適解ではなく局所最適解に収束しやすい、という問題が指摘されている⁵⁾。しかしながら、今回のようにトポロジー最適化した形状を基とした場合は、ある程度大域最適解に近い形状が得られていると想定される。ゆえに局所最適解に収束しやすいという勾配法の弱点は大きな問題にならないと考えられる。

4 まとめ

本研究ではトポロジー最適化と寸法最適化の2つを組み合わせ最適化を検討した。寸法最適化の方法として応答曲面法と勾配法を比較したところ、勾配法のほうが少ない解析数で最適解を得ることができた。一般的に勾配法には局所最適解に収束しやすいという欠点があるが、トポロジー最適化した形状を基とした場合は大きな問題にならないと考えられる。

5 参考文献

- 1) 西脇 眞二, 泉井 一浩, 菊池 昇: トポロジー最適化, pp.1-24, 丸善出版 (2012)
- 2) 倉本 紘彰: 福岡県工業技術センター研究報告, No. 29, pp.37-40 (2019)
- 3) O. Exler, K. Schittkowski, T. Lehmann: Mathematical Programming Computation, Vol.1, pp. 383-412 (2012)
- 4) Ansys, Inc.: DesignXplorerユーザーガイド2022R2, pp. 95 (2022)
- 5) 梅谷 俊治: しっかり学ぶ数理最適化 モデルからアルゴリズムまで, pp. 93, 講談社 (2020)